

## UMA PROPOSTA CONSTRUTIVISTA PARA O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS POSITIVOS E SUAS OPERAÇÕES UTILIZANDO O MATERIAL COUSINIÈRE

Lucas Dechem Calanca  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia/câmpus Guarulhos  
[lucascalanca@hotmail.com](mailto:lucascalanca@hotmail.com)

Gilmar Alves de Fonte  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia/câmpus Guarulhos  
[gilmarplanejamento.alves@gmail.com](mailto:gilmarplanejamento.alves@gmail.com)

Vivian Souza de Araújo  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia/câmpus Guarulhos  
[Vsouza711@gmail.com](mailto:Vsouza711@gmail.com)

### Resumo:

O objetivo do presente minicurso é propor uma abordagem para o ensino do conceito de números racionais positivos e suas operações para os anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando o material Cousiniere, e tendo como pressupostos teóricos as discussões propostas por Piaget (2012), ao propor discussões a respeito do construtivismo. Pretende-se, inicialmente, realizar uma discussão a respeito dos subconstructos dos números racionais, com a finalidade de se problematizar a importância de considerar sua abordagem no ensino e aprendizagem dos números racionais. Posteriormente, com a utilização do material Cousiniere, serão propostas atividades que poderão contribuir para que o aluno seja colocado em situações de aprendizagem que possibilitem uma melhor aprendizagem para a construção do conceito de números racionais positivos, bem como das quatro operações fundamentais.

**Palavras-chave:** Números Racionais Positivos; Operações com Números Racionais Positivos; Material Cousiniere; Construtivismo.

### 1. Introdução

Piaget (*apud* KAMII e DECLARK, 1985) afirma que o conhecimento pode ser classificado em três tipos: Conhecimento Físico, Conhecimento Social e Conhecimento Lógico-Matemático. De forma muito geral, pode-se dizer que o Conhecimento Físico emana das características físicas do objeto, enquanto o Conhecimento Social é caracterizado por convenções sociais e o Conhecimento Lógico-Matemático depende do estabelecimento de relações entre objetos.

Ao propor uma discussão sobre estes três diferentes tipos de conhecimento, Kamii (2005, p. 14) afirma que “Piaget [...] reconheceu fontes externas e internas de conhecimento.

A fonte do conhecimento físico e do conhecimento social é parcialmente externa ao indivíduo, mas a fonte do conhecimento lógico-matemático é interna”.

Assim, pensamos que, em determinadas situações, não devemos tratar o ensino da matemática apenas como conhecimento social, ou seja, um ensino resumido à escrita e reescrita de numerais e memorização de regras. No caso específico do conceito de números racionais positivos isso é atestado por Mendes (2004), que após realizar uma análise sobre livros didáticos, concluiu que a abordagem do assunto é fragmentada, com pouca utilização de material manipulável.

Por concordarmos com a posição de Mendes (2004) e de autores como Lorenzato (2006) que discutem a importância do material manipulável para a construção de conceitos matemáticos, entendemos que este minicurso pode ser visto como uma alternativa para que os alunos tenham melhor compreensão do conceito de números racionais positivos.

Sendo assim, reiteramos que o objetivo deste minicurso é propor uma estratégia de ensino, por meio da utilização do material Cousiniere, que privilegie a construção do conceito de números racionais positivos e suas operações fundamentais. Ressaltamos, ainda, que essa proposta não visa esgotar as formas de abordagem deste conceito, mas, sim, apresentar uma possibilidade para sua abordagem.

O minicurso está dividido em dois momentos: no primeiro será proposta uma discussão a respeito dos subconstructos dos números racionais; no segundo momento os participantes deverão utilizar o material Cousiniere para a resolução das situações-problemas que serão apresentadas.

## 2. Proposta de Trabalho

Ao se propor uma discussão envolvendo o ensino e a aprendizagem dos números racionais, entendemos ser fundamental uma problematização que envolva os seus diferentes subconstructos. Para Dantas (2005), os subconstructos podem ser entendidos como as relações que os números racionais podem ter. Para Mendes (2004), os subconstructos são sete, a saber: (i) medida fracionária (relação parte-todo); (ii) coordenada linear; (iii) quociente; (iv)

razão; (v) taxa de número racional; (vi) decimal do número racional; e (vii) operador. Todavia, os Parâmetros Curriculares Nacionais propõem que sejam abordados, nos anos iniciais do ensino fundamental, os subconstructos: (i) relação parte-todo; (ii) quociente; e (iii) razão (BRASIL, 1997). Sendo assim, destacamos que abordaremos, nesse minicurso, apenas esses três subconstructos.

Ressaltamos, ainda, que no trabalho com o subconstructo parte-todo, nos preocuparemos em relacionar a parte de um objeto com o seu todo. Para Mendes (2004), esse subconstructo é a “base fundamental para a construção do conceito do número racional” (MENDES, 2004). Já as atividades que envolvem o subconstructo quociente buscam demonstrar a representação de uma divisão na forma  $\frac{a}{b}$  e, por fim, o subconstructo razão

expressa a relação entre duas quantidades de uma mesma espécie. Passamos, a seguir, a descrever as atividades que serão propostas no minicurso, relacionando-as com os subconstructos que serão discutidos.

### 3. Atividades envolvendo o subconstructo Parte-Todo

**Situação 1:** Uma estrada tem 7km e um carro andou 5km da estrada hoje. Que parte foi andada?

Comparando a barra de tamanho 5 com a barra de tamanho 7, não percebemos quantas da primeira cabem na segunda. Por isso, dividimos ambas em barras de tamanho 1 e percebemos que, se dividirmos o 7 em 7 partes, foram andadas 5 partes.

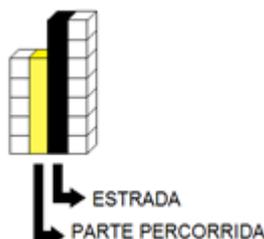


Imagem 1 - Relação Parte-Todo: Situação 1

Indicamos que o carro andou 5km de 7km hoje, ou seja,  $\frac{5}{7}$ . O símbolo  $\frac{a}{b}$  significa que o todo foi dividido em “b” partes iguais dentre as quais estamos considerando “a” partes.

**Situação 2:** O que significa  $\frac{3}{10}$ ?

Significa que um objeto foi dividido em “dez” partes iguais e consideram-se “três” destas partes. Não importam as três partes que estamos considerando, apenas que sejam três partes.

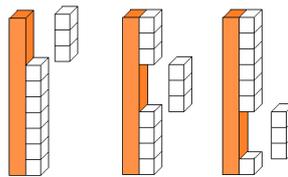


Imagem 2 - Relação Parte-Todo: Situação 2

#### 4. Fração Equivalente

**Situação 1:** Como podemos representar a fração  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{4}{8}$  utilizando uma barra de mesmo tamanho?

Escolhemos uma barra que possa ser dividida em quatro e oito partes iguais e fazemos a representação proposta:

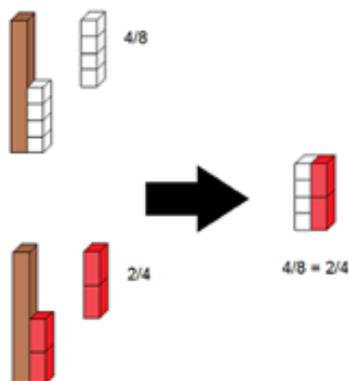


Imagem 3 – Fração Equivalente

Pela representação, concluímos que  $\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$ . Portanto, são frações que representam a mesma quantidade, mas possuem representações diferentes, por isso, as chamamos de frações equivalentes.

## 5. Atividades envolvendo o subconstructo Quociente

**Situação 1:** Dividir 3 bolos em 4 partes iguais.

Se considerarmos o bolo como sendo a barra de tamanho 4, basta dividirmos cada bolo em 4 partes iguais. Assim, obtemos 12 pedaços, que divididos por 4, são três pedaços:

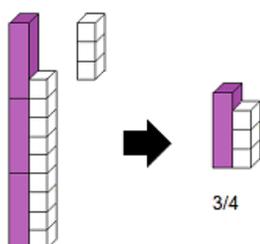


Imagem 5 – Fração como Quociente

É importante que o aluno perceba que:  $\frac{3}{4} = 3:4$ .

## 6. Atividades envolvendo o subconstructo Razão

**Situação 1:** Em uma escola, quatro de cada sete alunos são meninas. Qual a razão entre o número de meninas e o número total de alunos?

O número de alunos corresponde a dividir a sala em sete partes iguais e considerar quatro destas partes, ou seja, quatro partes de um conjunto de sete, que representamos por  $\frac{4}{7}$ .

Assim, considerando a barra de tamanho 7 para o número total de alunos, temos:

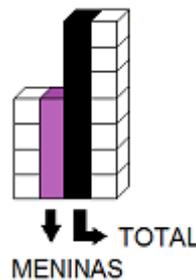


Imagem 6 – Fração como Razão

## 7. Adição e Subtração

Vamos lembrar que só é possível adicionar (ou subtrair) objetos semelhantes, obtendo um total semelhante às parcelas somadas (ou subtraídas). O intuito, nesse momento, é oferecer ao aluno diversos exemplos de situações-problemas para que possam perceber regularidades e generalizações, formulando, assim, a regra.

**Situação 1:** Um bolo foi dividido em cinco partes iguais. Comi três destas partes de manhã e uma parte à tarde. Qual a fração do bolo que comi ao longo do dia?

Representemos os pedaços do bolo como sendo frações. Assim, temos:

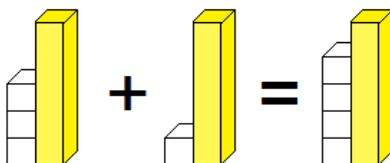


Imagem 7 - Adição de Frações: Situação 1

**Regra:** Quando as frações possuem denominadores iguais, basta somar os numeradores.

**Situação 2:** Uma família deseja terminar de pintar um cômodo de sua casa. Para isso, ela precisa de um galão inteiro de tinta branca. Na casa, há dois galões idênticos de tinta, mas incompletos. Se no primeiro há  $\frac{1}{3}$  do volume e no segundo  $\frac{1}{2}$  do volume, a família possui a quantidade necessária de tinta para pintar este cômodo?

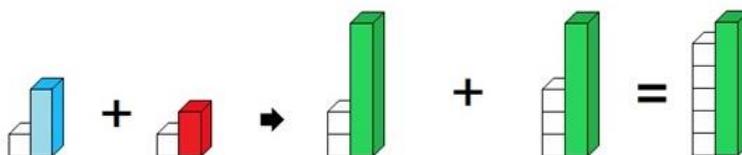


Imagem 8 - Adição de Frações: Situação 2

**Regra:** Quando as frações possuem denominadores diferentes, primeiro encontramos o mínimo múltiplo comum (fração equivalente com o mesmo denominador) e depois somamos os numeradores.

## 8. Multiplicação

Multiplicação possui diversos significados, mas, aqui, a entenderemos como sendo uma soma de parcelas iguais.

**Situação 1:** Dona Maria fez um bolo para seus filhos. Ela dividiu o bolo em cinco pedaços iguais e deu um pedaço para cada filho. Sabendo que ela tem três filhos, qual é a fração que representa a quantidade do bolo que foi comida pelos filhos de Dona Maria?

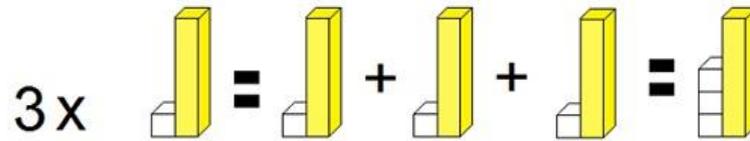


Imagem 9 - Multiplicação de Fração - Situação 1

Ressalta-se, aqui, que pensar a multiplicação como soma de parcelas iguais é apenas uma das formas de interpretar essa operação. Escolhemos essa forma pois julgamos que ela facilita a generalização da regra. Contudo, ressaltamos que as outras formas de compreender a multiplicação também devem ser trabalhadas com o aluno nos momentos oportunos.

**Situação 2:** Plantou-se Amarílis em  $\frac{1}{3}$  de um canteiro. Mas, apenas em  $\frac{1}{2}$  dessa parte do canteiro nasceram as flores. Em que fração do canteiro havia Amarílis?

Ora, multiplicar por  $\frac{1}{2}$  é o mesmo que “dividir o todo por dois e considerar um pedaço desse todo”. Mas, não é possível dividir o  $\frac{1}{3}$ , utilizando as peças do Cousiniere. Assim sendo, podemos trocar  $\frac{1}{3}$  por  $\frac{2}{6}$ , pois representam a mesma quantidade, mas, na segunda representação, torna-se possível dividir a fração por dois e considerar um pedaço.

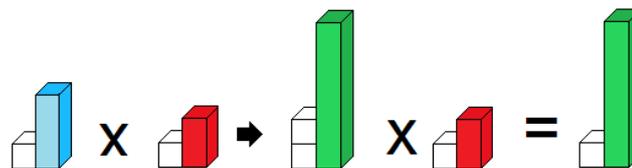


Imagem 10 - Multiplicação de Fração: Situação 2

**Regra:** Na multiplicação, basta multiplicar o numerador pelo numerador e o denominador pelo denominador.

## 8. Divisão

Para resolvermos questões de divisão devemos sempre ter em mente a ideia de “quantos x cabem em y?”. Assim, vejamos os exemplos:

### Situação 1: $1/(\frac{1}{2})$

Primeiramente, escolhemos alguma das peças para representar a unidade e, em seguida representamos, o  $\frac{1}{2}$ . Feito isso, devemos nos questionar: “Quantas vezes o  $\frac{1}{2}$  cabe dentro do 1?” ou “Quantos  $\frac{1}{2}$  são necessários para completar o 1”? Ora, consideremos a peça roxa como sendo a unidade, portanto, a peça vermelha representa  $\frac{1}{2}$  da peça roxa. Utilizando o material Cousiniere, fica fácil perceber que são necessárias duas peças vermelhas para completar uma roxa, ou seja,  $1/(\frac{1}{2}) = 2$ :

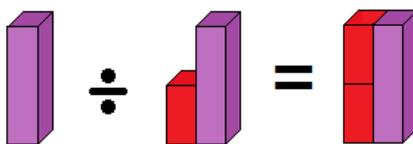


Imagem 11 - Divisão de Fração: Situação 1

### Situação 2: $(\frac{1}{2})/2$

“Quantos 2 cabem dentro de  $\frac{1}{2}$ ?” Para responder a esta pergunta, precisamos dividir  $\frac{1}{2}$  por 2. Segue a resolução da questão, considerando a peça roxa como a unidade:

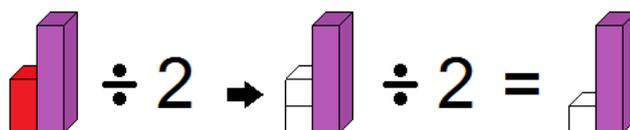


Imagem 12 - Divisão de Fração: Situação 2

### Situação 3: $(\frac{1}{2})/(\frac{1}{4})$

Este tipo de comparação é o mais difícil. Devemos nos perguntar “quantas vezes o  $\frac{1}{4}$  cabe dentro do  $\frac{1}{2}$ ?”. Responder a essa pergunta só é possível se representarmos ambas as frações com o mesmo denominador para, então, podermos comparar.

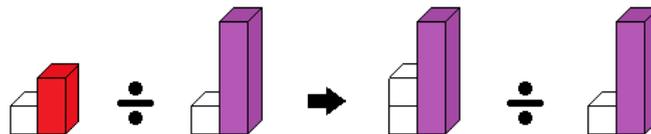


Imagem 13 - Divisão de Fração: Situação 3

Agora que os denominadores são os mesmos, basta que comparemos a fração considerada. Ora, nosso divisor é uma peça branca, e nosso dividendo são duas peças brancas. Portanto, são necessárias duas vezes o  $\frac{1}{4}$  para completarmos o  $\frac{1}{2}$ .

**Regra:** Na divisão, multiplicamos a primeira fração pelo inverso da segunda fração.

## 9. Considerações Finais

O presente minicurso pretende mostrar que os subconstructos dos números racionais estão interligados, formando uma relação dialética e, a partir disto, propor uma possível abordagem para ensiná-los por meio da teoria construtivista e por meio do material Cousiniere.

Desta forma, propusemos uma série de atividades que buscam mostrar que é possível privilegiar uma atuação ativa do aluno na sala de aula, por meio da utilização de um material concreto que lhe permita, com a devida mediação, explorar diferentes possibilidades de solução de situações-problemas, contribuindo para o desenvolvimento de sua autonomia na aprendizagem de números racionais positivos.

## 10. Bibliografia

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997, 142 p.

DANTAS, J. P. *O aprendizado dos números racionais*. Brasília, 2005.

KAMII, Constance. DECLARK, Georgia. *Reinventando a Aritmética: Implicações da teoria de Piaget*. 13ª ed. São Paulo: Papirus, 1985.

LORENZATO, Sergio (org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. São Paulo: Autores Associados, 2010

MENDES, J. R., et all. *Números Racionais no Ensino Fundamental: Subconstructos, o papel da linguagem e dos materiais manipulativos*. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004. Pernambuco: Anais.

PIAGET, J. *Epistemologia Genética*. 4ª ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2012.